**Пособие**

**по повторению школьного курса математики**

**Введение**

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности “Сестринское дело”.

В пособии рассматриваются базовые темы школьной программы, знание которых необходимо для

 дальнейшего успешного усвоения программного материала.

 По каждой теме кратко излагаются теоретические основы, приводятся примеры решения стандартных

задач, предлагаются индивидуальные задания для самостоятельной работы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Название темы | страницы |
|  |
|  | Множество действительных чисел. Арифметические действия во множестве действительных чисел | 6 - 21 |
|  | Действия со степенями и корнями. | 21 - 26 |
|  | Тождественные преобразования алгебраических выражений. |  27 - 30 |
|  | Линейные уравнения и неравенства.  |  31- 32 |
|  |  Квадратные уравнения и неравенства |  33-39 |

- 1 -

Уважаемые студенты!

 Это пособие разработано с целью оказания вам помощи при повторении базовых понятий школьного курса. Уравнения и неравенства, системы, тождественные преобразования алгебраических выражений, степени, элементарные функции, их свойства, графики – их знание необходимо для дальнейшего изучения математики.

 Каждый пункт содержит необходимые теоретические сведения, примеры с решениями, задания для самостоятельной работы, для того, чтобы вы имели представление об уровне стандартных требований. Заканчивается каждый пункт

Как работать с пособием?

 Значительную часть заданий мы будем подробно рассматривать в аудитории. После коллективного решения вам нужно попытаться выполнить самостоятельно некоторые задания с тем, чтобы вы сами поняли, что вам еще не понятно, могли задать вопросы. Итогом работы будет выполнение Вами индивидуальных заданий (ИЗ), которые обязательны для всех. Решения записываются в отдельную тетрадь для практических работ, сдаются на проверку, оценки ставятся в журнал.

 В конце пособия есть ответы. С ними Вы можете сверять свои результаты, искать и находить ошибки.

 Если Вы добросовестно повторите предлагаемый материал, то можно не сомневаться, что дальнейшее наше сотрудничество будет успешным.

Счастливого пути!

-2-

Математические обозначения



-3-

 Латинский алфавит Греческий алфавит



**-** 4 **-**

 **Повторение школьного курса**

 Целью повторения является формирование базовых умений и навыков, так как без знания основ математики невозможно дальнейшее ее изучение. Рабочей программой по математике на повторение отводится 12 часов. В пособии рассматриваются следующие темы:

* Множество действительных чисел. Арифметические действия с действительными числами.
* Степени и корни.
* Линейные уравнения и неравенства.
* Квадратные уравнения Квадратичные неравенства. Метод интервалов
* Системы уравнений, способы решений.
* Системы неравенств.

В результате повторения студенты должны

 *знать:*

* Как устроено множество действительных чисел;
* Как выполняются арифметические действия с ними;
* Свойства степени и квадратного корня
* Какие тождественные преобразования можно использовать для упрощения алгебраических выражений;
* Какие уравнения и неравенства относят к линейным, квадратным, почему;
* Способы решения систем уравнений и неравенств.

 *уметь:*

* Выполнять арифметические действия с целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями;
* Находить значение степени и корня
* Выполнять преобразования выражений, содержащих степени и корни
* Преобразовывать несложные алгебраические выражения;
* Решать стандартные линейные и квадратные уравнения и неравенства, системы уравнений и неравенств;

 При повторении весь теоретический материал рассматривается на занятиях. Кроме этого, решаются типовые задачи. Особое внимание уделяется выработке навыков овладения основными приемами, способами, алгоритмами, которые в дальнейшем будут служить фундаментом для изучения нового материала.

-5-

* + 1. **Множество действительных чисел. Арифметические действия во множестве действительных чисел**
	1. ***Структура множества действительных чисел.***
1. **Натуральные числа**. Одним из основных понятий математики является понятие числа. Исторически первыми возникли в практике и были введены в науку натуральные числа.

 Натуральные числа используют в связи со счетом количества предметов, например, при подсчете количества деталей, количества автомобилей и т.д.

Натуральные числа образуют бесконечное множество, которое принято обозначать через N:

 N = {1,2,3,4,…}

1. **Дробные числа.** Для практических нужд натуральных чисел оказалось недостаточно. В частности, при делении чисел, при измерении длин отрезков и различных физических величин возникла необходимость введения долей и количества этих долей.

 Например, если величина поделена на n частей и взято m таких частей, то вводится новое число $\frac{m}{n}$, где m и n – натуральные числа.

1. **Отрицательные числа.** Практическая потребность привела к введению отрицательных чисел, чтобы иметь возможность измерять величины, изменяющиеся в двух противоположных направлениях от выбранной точки отсчета. Например, при измерении сил, действующих на пружину. Растягивающие силы считают положительными, а сжимающие – отрицательными.

 Таким образом, каждому числу - целому или дробному – сопоставляется

отрицательное число. Если положительное число обозначить «а», то противоположное ему принято обозначать « -а»

 К этим числам относится число 0, которое является границей между положительными и отрицательными числами.

 **4. Множество целых чисел.**

Натуральные числа, противоположные им, число 0 образуют множество целых чисел – Z.

 Целые числа могут быть записаны в виде дробей:

4=$\frac{4}{1}$, -5 = - $\frac{5}{1}$.

1. **Множество рациональных чисел.**

- 6 -

 Множество, состоящее из положительных и отрицательных, дробных и целых, числа 0, называется множеством рациональных чисел. Обозначим его через Q. Всякое рациональное число можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где –m - целое число, а n –натуральное число.

 Дальнейшее развитие математики показало, что только рациональных чисел недостаточно для решения многих задач. Например, доказано, что не существует рационального числа, квадрат которого равен 2.

 ОМ2=2. Длина диагонали квадрата со стороной, равной 1, не может быть выражена рациональным числом, хотя очевидно, что диагональ существует

В отличие от рациональных, такие числа называют **иррациональными.**

|  |
| --- |
| **Рациональные числа + Иррациональные числа = Действительные числа** |

Множество действительных чисел обозначают **R**.

|  |  |
| --- | --- |
| N=-множество натуральных чиселZ=- множество целых чиселQ= - множество рациональных чисел *I*=  - множество иррациональных чисел |  = R - множество действительных или вещественных чисел |

***Множество R всех действительных чисел расположено на числовой прямой, а сами числа называют точками числовой прямой.***

Наиболее часто встречаются следующие числовые множества:

Замкнутый промежуток или отрезок с началом *а* и концом *b*

или  

 *а b - 7 -*

Открытый промежуток или интервал (точки a и b не включаются)

(*a;b*) или *a<x<b*  

a b

 Полуоткрытые промежутки (a;b] или [a;b): a<x≤b или a≤x<b

Число *b-a* называют *длиной* промежутка.

***Арифметические действия в множестве действительных чисел R.***

**Действия с обыкновенными дробями**

|  |  |
| --- | --- |
| Сложение |  |
| Вычитание |  |
| Умножение |  |
| Деление |  |

Составная дробь 

**Сложение (вычитание) обыкновенных дробей**



Алгоритм:

1. Найти наименьший общий знаменатель. – 8 -
2. Найти дополнительные множители к каждой дроби.
3. Умножить числитель каждой дроби на дополнительный множитель
4. Произвести действие (сложение или вычитание числителей)

Например:

 $\frac{2^{∟7}}{3}+\frac{4^{∟3}}{7}=\frac{14+12}{3∙7}=\frac{26}{21}=1\frac{5}{21}$

 

**Умножение**



Алгоритм:

1. Представить составную дробь в виде неправильной (если она есть)
2. Произвести умножение числителей дробей.
3. Произвести умножение знаменателей дробей.
4. Произвести сокращение дроби (если дробь сократима), выделить целую часть

 Например:

 

 

- 9 -

 **Деление**

 Алгоритм:

1. Представить составную дробь в виде неправильной (если она есть)
2. Произвести умножение делимого на дробь, обратную делителю.
3. Произвести сокращение дроби (если дробь сократима)
4. Выделить целую часть

Например:

 

**Сложение (вычитание) десятичных дробей:**



Чтобы сложить (вычесть) две десятичные дроби, надо:

* Уравнять в этих дробях количество знаков после запятой;
* Записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
* Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую;
* Поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.

Например: надо найти сумму чисел 32,45 и 4,274 $ \frac{\begin{array}{c} 32,450\\+ 4,274\end{array}}{ 36,724}$

**Умножение десятичных дробей:**

Чтобы перемножить две десятичные дроби, надо:

* Выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
* Отделить запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях

Деление на десятичную дробь: -10-

Чтобы разделить число на десятичную дробь, надо:

* В делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
* После этого выполнить деление на натуральное число.

Пример:

 3,11×0,11

Записываем десятичные дроби в столбик и умножаем их как натуральные числа, не обращая внимания на запятые. То есть 3,11 мы рассматриваем как 311, а 0,01 как 1.

 

Получили 311. Теперь считаем количество знаков (цифр) после запятой у обеих дробей. В первой десятичной дроби два знака и во второй - два. Общее количество цифр после запятых:
 2 + 2 = 4

Отсчитываем справа налево 4 знака (цифры) у полученного числа. В полученном результате цифр меньше, чем нужно отделить запятой. В таком случае нужно **слева** приписать недостающее число нулей. У нас не хватает одной цифры, поэтому приписываем слева один ноль.





*При умножении любой десятичной дроби* на 10,100,1000 и т.д. запятая в десятичной дроби перемещается вправо на столько знаков, сколько нулей стоит после единицы.

Примеры: - 11 -

* 70,1 • 10 = 701
* 0,023 • 100 = 2,3
* 5,6 • 1 000 = 5 600



Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001; и т.д., надо в этой дроби перенести запятую влево на столько знаков, сколько нулей стоит перед единицей.Считаем и ноль целых!

Примеры:

* 12 • 0,1 = 1,2
* 0,05 • 0,1 = 0,005
* 1,256 • 0,01 = 0,012 56

При делении десятичных дробей вам могут встретиться несколько случаев.

**Деление десятичной дроби на натуральное число**

Для деления десятичной дроби на натуральное число пользуемся следующими правилами.

1. Делим десятичную дробь на натуральное число по правилам [деления в столбик](http://math-prosto.ru/?page=pages/action-in-column/division-of-column.php), не обращая внимание на запятую.
2. Ставим в частном запятую, когда заканчивается деление целой части делимого.



Если целая часть делимого меньше делителя, то в частном ставим 0 целых.

Пример:

0,806 : 31 = - 12 -

Обратите внимание, что целая часть десятичной дроби (у нас это 0) меньше, чем делитель (31). Поэтому в частном сразу ставим 0 в целой части.



Не забываем записывать ответ в пример:

0,806 : 31 = 0,026



Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т.д., надо перенести запятую в этой дроби на столько цифр влево, сколько нулей стоит после единицы в делителе.

Примеры:

* 310,1 : 10 = 31,01
* 27,56 : 100 = 0,2756
* 0,75 : 10 = 0,075

**Деление натурального числа на десятичную дробь**

1. Считаем количество знаков справа от запятой в десятичной дроби.

- 13 -

1. Умножаем и делимое, и делитель на 10, 100 или 1000 и т.д., чтобы превратить десятичную дробь в целое число.
2. Делим числа как натуральные.

Пример:

5 : 2,5 =

Считаем количество знаков после запятой в десятичной дроби. У нас один знак. Значит, чтобы превратить 2,5 в целое число, надо умножить его на 10. Не забываем и делимое умножить на 10.

5 : 2,5 = (5 • 10) : (2,5 • 10) = 50 : 25 = 2

**Деление десятичных дробей друг на друга**

**Делить десятичные дроби** друг на друга можно разными способами. Мы опишем один из возможных. По традиции, небольшой план действий:

1. Определяем дробь с наибольшим количеством знаков (цифр) справа от запятой.
2. Умножаем обе десятичные дроби на 10, 100, 1000 и т.д., чтобы превратить десятичные дроби в целые числа.
3. Делим обыкновенные числа по правилам деления в столбик и записываем ответ.

Пример:



- 14 -

* Наибольшее количество знаков (цифр) после запятой у первой десятичной дроби, поэтому ориентируемся на неё. Чтобы превратить 7,44 в целое число нужно умножить его на 100



На 10, 100, 1000 и т.д. умножаются обе десятичные дроби.
И умножаются они на одно и то же число. То есть, если вы умножили первую дробь на 10, то и вторую вы должны умножить на 10.



Умножаем каждую из десятичных дробей на 100.



Делим обыкновенные числа в столбик и записываем ответ. Помним, что изначально мы *делили десятичные дроби*.





Разделить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д. - то же самое, что умножить её на 10, 100, 1000 и т.д. соответсвенно.

Примеры **: 7,1 : 0,1 = 7,1 • 10 = 71**

* **25,37 : 0,001 = 25,37 • 1 000 = 25 370**
* **0,08 : 0,1 = 0,08 • 10 = 0,8** - 15 –

**Действия с отрицательными и положительными числами**

*Абсолютная величина (модуль). Сложение.*

*Вычитание. Умножение.  Деление.*

***Абсолютная величина ( модуль ).*** Для *отрицательного числа* – это положительное число, получаемое от перемены его знака с « – » на  « + »;  для *положительного числа* *и нуля* – само это число. Для обозначения абсолютной величины (модуля) числа используются две прямые черты, внутри которых записывается это число.

П р и м е р ы :     | – 5 | = 5,    | 7 | = 7,    | 0 | = 0.

|  |  |
| --- | --- |
| ***Сложение:*** | * 1. при сложении двух чисел с одинаковыми знаками складываются

     их абсолютные величины и перед суммой ставится общий знак.     Например :  ( + 6 ) + ( + 5 ) = 11 ;             ( – 6 ) + ( – 5 ) = – 11 ***.***2)  при сложении двух чисел с разными знаками их абсолютные      величины вычитаются ( из большей меньшая ) и ставится знак     числа с большей абсолютной величиной.     Например : ( – 6 ) + ( + 9 ) = 3 ;             ( – 6 ) + ( + 3 ) = – 3 ***.*** |

***Вычитание.*** Можно заменить вычитание двух чисел сложением, при этом уменьшаемое сохраняет свой знак, а вычитаемое берётся с обратным знаком.

 Например :

 ( + 8 ) – ( + 5 ) = ( + 8 ) + ( – 5 ) = 3;

 ( + 8 ) – ( – 5 ) = ( + 8 ) + ( + 5 ) = 13;

 ( – 8 ) – ( – 5 ) = ( – 8 ) + ( + 5 ) = – 3;

 ( – 8 ) – ( + 5 ) = ( – 8 ) + ( – 5 ) = – 13;

 - 16 -

***Умножение.*** При умножении двух чисел их абсолютные величины умножаются, а произведение принимает знак  « + » , если знаки сомножителей одинаковы, и знак  « – » , если знаки сомножителей разные.

Полезна следующая схема (правила знаков при умножении):

**“+” ∙ “+” = “+”**

**“+” ∙ “-” = “-”**

**“-” ∙ “+” = “-”**

**“-” ∙ “-” = “+”**

*При умножении нескольких чисел ( двух и более ) произведение имеет знак « + » , если число отрицательных сомножителей чётно, и знак « – » , если их число нечётно.*

Например:

***Деление.*** При делении двух чисел абсолютная величина делимого делится на абсолютную величину делителя, а частное принимает знак  « + » , если знаки делимого и делителя одинаковы, и знак  « – » , если знаки делимого и делителя разные.

Здесь действуют те же правила знаков, что и при умножении:

**“+” : “+” = “+”**

**“+” : “-” = “-”**

**“-” : “+” = “-”**

**“-” : “-” = “+”**

Например:

 ( – 12 ) : ( + 4 ) = – 3 .

 ( - 12 ) : ( - 4 ) = 3

- 17 -

**Практические задания**

**Обыкновенные дроби.**

1. Сократить дробь:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ; 8) ; 9) 

10) ; 11) ; 12) ; 13) ; 14) .

2. Сократить:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ; 8) .

3. Выполнить действия:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ;

8) ; 9) ; 10) ; 11) ; 12) ; 13) ; 14) .

4. Выполнить вычитание:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ;

8) ; 9) ; 10) ; 11) ; 12) ; 13) .

- 18 -

5. Выполнить действия:

1) ; 2) .

6. Найти произведение:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) .

7. Вычислить:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ; 8) .

8. Найти частное:

1) ; 2) ; 3) ; 4) .

9. Вычислить:

 .

**Домашнее задание:**

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ;

8) ; 9) ; 10) ; 11) ; 12) .

- 19 -

**Десятичные дроби.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |            1 |           2 |       ∙      3 |          4 |         5 |           6 |
| А | 0,21 + 12 |  2 – 0,4  |   10  0,04 |  1,8 : 0,6 |  5,9 + 0,3 |  0,3 ∙ 0,8 |
| Б | 11 + 0,4 |  8,4 – 4,8 |  0,21 ∙100 |  12,5 : 10 | 2,65 +0,25 |   6,03 : 3 |
| В | 0,26+9,4 | 0,58 – 0,2 | 0,07 ∙ 1000 |    6,9 : 3 |  9,5 – 4,3 |   90 : 0,9 |
| Г  | 0,43+0,7 |  9,1 – 0,4 |    0,13 ∙  0 |  0,65 : 5 |  7,5 – 0,6 | 7,1 : 0,001 |
| Д | 0,7 + 8 | 1,5 – 0,11 |     1,2 ∙ 7 |   0,9 : 10 | 30,2 – 20,2 |  0,83 : 10 |
| Е | 0,9 + 0,7 |   16,5 - 8 |    0,6 ∙ 0,3 | 18,6 : 0,3 | 1,37 + 3,7 |  4,3 : 0,01 |
| Ж | 8,2 +0,18 |  19,11 - 4 |    0,13 ∙ 1 |    4 : 100 | 18,6 + 4,2 | 0,98 ∙  1000 |
| З | 3,17 + 23 | 21,8 – 5 | 0,5 ∙ 0,01 |  0 : 0,7 | 3,3 + 15 | 4 ∙ 0,15 |

**Действия с числами с разными знаками**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. – 3,4 + (– 1,8) = 2.3. – 11,3 + 7,8 = 5. – 4,8 + (– 3,5) = 7. – 0,5 + (– 4,9) = 9. – 11,3 + 16,6 = 11. – 4,1 + 12,1 = 13. 8 + (– 1,6) = 15. 14 + (– 8,3) = 17. – 9,2 + 9,2 = 19. –3 1/4 + 3 1/4 | 2. – 17 + 254. – 37 + (– 5) = 6. – 4,5 + (– 4,7) = 8. – 21,4 + 27,1 = 10. 15 + (– 9,3) = - 20 -12. – 3,5 + (– 4,1) =14. – 9,6 + 3,5 =16. – 4,9 – 37,1 = 18. 18 + (– 10) = 20. 32 + (– 24) = |

1. 20 – 35 =
2. – 2 / 3 – 1 / 3 =
3. – 9 + 17 =
4. – 9 + 4,5 =
5. – 36 + 44 =
6. – 18 = 9 =
7. – 2 + 2 =
8. 4 – 8 =
9. – 3,5 + 2,4=
10. – 52 + 60 =
11. – 40 + 25 =
12. – 3 / 4 – 2,8 =
13. – 8 + 16 =
14. – 13 + 8,5 =
15. – 15 + 23 =
16. 27 – 36 =
17. – 1 / 4 + 1 / 4 =
18. – 12 + 8 =
19. 13,5 – 14,6 =
20. – 45 + 53 =
21. – 18 + 33 =
22. – 3 / 16 – 13 / 16 =
23. – 13 = 21 =
24. – 14 + 9,5 =
25. – 13 + 21 =
26. – 34 + 25 =
27. – 12 / 5 + 12 / 5 =
28. – 31 / 8 – 7 / 8 =
29. 25,5 – 26,6 =
30. – 17 + 25 =

**Действия со степенями и корнями**

***степени***

Число с называется n-ной степенью числа а, если

 - 21 -

**Свойства и формулы степеней** используются при сокращении и упрощении сложных выражений, при [решении уравнений](http://webmath.ru/) и неравенств. Свойства степеней можно использовать совместно с [таблицей степеней](http://www.webmath.ru/poleznoe/table_stepenei.php) и [таблицей умножения](http://www.webmath.ru/poleznoe/table_umnogeniya.php). В этом разделе описаны основные правила работы со степенями.



**Формулы и свойства степеней**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** | , при  | **7** | $$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$$ |
| **2** |  | **8** | $$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$ |
| **3** | $\left(-a\right)^{n}=a^{n}$**,** если n - четное | **9** | $$a^{m}∙a^{n}=a^{m+n}$$ |
| **4** | , если n –нечетное  | **10** | $$\frac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n}$$ |
| **5** | $$\left(ab\right)^{n}=a^{n}b^{n}$$ | **11** | $$\left(a^{m}\right)^{n}=a^{m∙n}$$ |
| **6** | $$\left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}$$ | **12** | $$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}$$ |

***Например***

|  |  |
| --- | --- |
| свойство | Примеры применения |
| 1 |   2 0 = 1,   ( *–* 5 ) 0 = 1,   ( *–* $\frac{3}{5}$) 0 = 1 |
| 2 | $23^{1 }=23$, $ \left(-9.3\right)^{1}= -9.3$ |
| 3 | $2^{4}=$16 , $\left(-3\right)^{2}=9 $, $\left(-1\right)^{10}= 1$ |
|  4 | $5^{3}=125 $, $\left(-3\right)^{3}= -27$, $\left(-1\right)^{11}= -1$  |
| 5 | $$\left(8∙2.3\right)^{3}= 8^{3}∙ 2.3^{3} $$ |
| 6 | $$\left(\frac{2}{5}\right)^{6}= \frac{2^{6}}{5^{6}}$$ |
| 7 | $$2^{-3}= \frac{1}{2^{3}}= \frac{1}{8}$$ |
| 8 | $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}= \left(\frac{2}{3}\right)^{3}=\frac{2^{3}}{3^{3}}= \frac{8}{27}$  |
| 9 | $$2^{3}∙2^{5}= 2^{3+5}= 2^{8}=256$$ |
| 10 | *a*4:*a*7 *= a* 4 - 7 *= a* -3 $\frac{2^{5}}{2^{3}}= 2^{5-3}= 2^{2}=4$ |
| 11 | $$\left(2^{3}\right)^{2}= 2^{3∙2}= 2^{6}=64$$ |
| 12 | $$2^{\frac{2}{3}}= \sqrt[3]{2^{2}}= \sqrt[3]{4}$$ |

***Корни***

**Корень n-ой степени**

Корень ***n-***й степени из числа *a* — это число, ***n*-**я степень которого равна ***a***.

Если ***n*** — чётно.

* Тогда, если ***a* < 0** корень **n**-ой степени из ***a*** не определен.
* Или если ***a* ≥ 0**, то неотрицательный корень уравнения  называется арифметическим корнем **n**-ой степени из ***a*** и обозначается  23

Если ***n*** — нечётно.

* Тогда уравнение  имеет единственный корень при любом ***a.***



**Определение корня n-ой степени** $\sqrt[n]{a^{m}}$**=**$a^{\frac{m}{n}}$

|  |
| --- |
| **Свойства корня n-ой степени** |
| 1.$\left(\sqrt[n]{a}\right)^{n}=a , a\geq $0 | 5. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}= \sqrt[nm]{a}$ |
| 2.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}= \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ | **6.**  |
| 3.  $\sqrt[n]{a^{m}}= \left(\sqrt[n]{a}\right)^{m}$ | **7.** , где n – чётное, b > 0 |
| 4.  $\sqrt[n]{a}∙\sqrt[n]{b}= \sqrt[n]{a∙b}$ | **8.**  |

***Например***

|  |  |
| --- | --- |
| свойство | Примеры применения |
| 1 | $\left(\sqrt[5]{2}\right)^{5}=2 , $$\left(\sqrt[3]{5}\right)^{3}=5 , $ |
| 2 | $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}}= \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$ **;** $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}= \sqrt[5]{\frac{64}{2}}=\sqrt[5]{32}=2$ |
| 3 | $\sqrt[5]{3^{2}}= \left(\sqrt[5]{3}\right)^{2}$;  |
| 4 | $\sqrt[3]{5}∙\sqrt[3]{25}= \sqrt[3]{5∙25}= \sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^{3}}=\left(\sqrt[3]{5}\right)^{3}=5$  |
| 5 | $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}}= \sqrt[2·5]{2}= \sqrt[10]{2}$ ;  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |

***ВЫНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ИЗ-ПОД ЗНАКА КОРНЯ***

1) Представим подкоренное выражение в виде произведения таких множителей, чтобы из одного можно было бы извлечь квадратный корень.

2) Применим теорему о корне из произведения.

3) Извлечь корень

Пример.



***ВНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ПОД ЗНАК КОРНЯ***

1) Представим произведение в виде арифметического квадратного корня.

2) Преобразуем произведение квадратных корней в квадратный корень из произведения подкоренных выражений.

3) Выполним умножение под знаком корня.

Пример. 

**Практические задания**

***Действия со степенями***

* 1. **Представьте в виде степени:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3861.gifhttp://festival.1september.ru/articles/517285/Image54.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3862.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3863.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3864.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3865.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3866.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3868.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3870.gif |
| http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3867.gif |  | $$\frac{y^{11}}{y^{6}}$$ |  | $$x^{5}:x^{5}$$ |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3877.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3878.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3879.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3880.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3871.gif |
|  http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3881.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3882.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3883.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3884.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3885.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3886.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3887.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3888.gif |
| http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3889.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3890.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3891.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3921.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3923.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3919.gif |  | $$a^{15}:a^{7}$$ |
| http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3911.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3912.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3915.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3892.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3910.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3924.gif |  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3922.gif |

**Домашнее задание**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3913.gif | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3914.gif | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3909.gif | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3917.gif | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3905.gif | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3920.gif  | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3906.gif | $$a^{20}:a^{5}$$ | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3916.gif | http://festival.1september.ru/articles/517285/Image3918.gif |

***Действия с корнями***

|  |
| --- |
|  Найти значения выражения |
| $$\left(\sqrt[4]{5}\right)^{4}$$ |  |  |  |  |  |  |
|  |  | $$\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^{2}$$ |  | $$\left(\sqrt[6]{2}+\sqrt{2}\right)^{2}$$ |  |  |
| $$\left(\sqrt[4]{2a^{3}}\right)^{5}$$ |  | $$\left(\sqrt{3}+2\sqrt[3]{2}\right)^{3}$$ |  |  |  |  |
|  Избавиться от иррациональности в знаменателе |
| $$\frac{2}{2-\sqrt{3}}$$ |  | $$\frac{2}{2+\sqrt{3}}$$ |  | $$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$$ |  | $$\frac{2}{\sqrt{11}-3}- \frac{7}{\sqrt{11}-2}$$ |
| Упростить выражение |
| $$3\sqrt{5a}-\sqrt{20a}+4\sqrt{45a}$$ |  | $$\frac{x^{3}-3}{x+\sqrt{3}}$$ |  | $$\left(x+\sqrt{y}\right)∙\left(x-\sqrt{y}\right)$$ |  | $$\frac{2-\sqrt{x}}{x-4}$$ |
| $$\left(3\sqrt{3}\right)^{2}+\left(-3\sqrt{3}\right)^{2}$$ |  | $$15\sqrt{20}∙0.1\sqrt{45}$$ |  | $$\sqrt{16x^{2}y^{8}}$$ |  | $$\sqrt{\frac{a^{8}b^{12}}{16}}$$ |

**Тождественные преобразования алгебраических выражений**

 Из чисел и переменных с помощью знаков сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и извлечения корней и с помощью скобок составляются *алгебраические выражения****.***

Примеры алгебраических выражений:

1)*2а2b - 3ab2(a+b);* 2)*a+b+ ;* 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) 

 Если алгебраическое выражение не содержит деления на переменные и извлечения корня, то оно называется *целым* (1,2,6), в противном случае – *дробным* (3 и 4). Если используется извлечение корня или возведение в дробную степень, то такое выражение называется *иррациональным* (5 и 7).

Целые и дробные – *рациональные.*

**В математике приняты следующие термины:**

***Уравнения***– это равенства, которые выполняются только *при некоторых* значения переменных.

***Тождества***– это равенства, которые выполняются *при всех* значениях переменных.

Мы будем выполнять только *тождественные преобразования*, т.е. такие, при которых не изменяется значение выражения, меняется только внешний вид

27

***Замена одного выражения другим, тождественно равным ему, называется тождественным преобразованием выражения***.

Основные понятия:

***Одночленом*** называется такое выражение, которое содержит числа, степени переменных и их произведения и не содержит никаких других действий над числами и переменными

*3а·(2,5а3), (5аb2)·(0,4c3d), x2y·(-2z)·0,75 –* одночлены,

*a+b*,  - НЕ одночлены

***Многочлен***– это сумма одночленов.

***Основные тождественные преобразования***

* Вынесение общего множителя за скобку

***28х3-35х4 = 7х3·4-7х3·5х=7х3(4-5х)***

(Вынесение за скобку общего множителя предполагает выполнение действия ***деления****:* )

* Способ группировки

***х3- 3х2+5х - 15 = (х3- 3х2)+( 5х - 15) = х2(х - 3)+5(х - 3) = (х-3)(х2+5)***

* Использование формул сокращенного умножения

|  |  |
| --- | --- |
| ***Квадрат суммы*** двух величин равен квадрату первой плюс удвоенное произведение первой на вторую плюс квадрат второй. | ***(a+b)2= a2+2ab+b2*** |
| **Квадрат разности** двух величин равен квадрату первой минус удвоенное произведение первой на вторую плюс квадрат второй. | ***(a-b)2= a2-2ab+b2*** |
| Произведение суммы двух величин на их разность равно ***разности их квадратов*** | ***(a+b)(a-b)=a2-b2*** |
| **Куб суммы** двух величин равен кубу первой плюс утроенное произведение квадрата первой на вторую плюс утроенное произведение первой на квадрат второй плюс куб второй. | ***(a+b)3= a3+3a2b+3ab2+b3*** |
| ***Куб разности*** двух величин равен кубу первой минус утроенное произведение квадрата первой на вторую плюс утроенное произведение первой на квадрат второй минус куб второй | ***(a-b)3= a3- 3a2b +3ab2- b3*** |
| Произведение суммы двух величин на неполный квадрат разности равно ***сумме их кубов***. | ***(a+b)(a2-ab+b2)= a3+ b3*** |
| Произведение разности двух величин на неполный квадрат суммы равно ***разности их кубов.*** | ***(a-b)(a2+ab+b2)= a3 - b3*** |

* Разложение на множители квадратного трехчлена.

$$ax^{2}+bx+c=a\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)$$

*4х2-5х+1=4(x-1)(x-0,25)*

*4х2-5х+1=0 , D=25-16=9>0, x1,2=*

***Например***

Выполните действия:









 5. Найти значение выражения при *х* = 80: 29

 (***9х-3)(9х+3) - 81х2 + х - 39 = 81х2 – 9 - 81х2 +х - 39 = х - 48***

 *Если х = 80, то* ***х - 48*** =80 – 48 = 32

**Практические задания**

|  |
| --- |
| Выполнить действия |
|  |  8. $ \frac{16a^{2}}{b^{6}}∙\frac{b^{4}}{8a}$ 9. $\frac{a^{2}}{a^{2}+ab}$10. $\frac{1}{9x^{2}+24x}+\frac{1}{24x+64}$11. $\frac{x^{2}+2x+1}{x+x^{2}}∙ \frac{x}{x^{2}-1}$12. $\left(m+ \frac{1-m^{3}}{1+m^{2}}\right)∙ \frac{1+ m^{2}}{m^{2}+2m+1}$13. $\frac{3a}{a^{2}-9}- \frac{3a}{a^{2}-9} : \left(\frac{a+2}{3a-3}-\frac{1}{a-1}\right)$14.  |

**Домашнее задание**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Доказать тождество: |  2. Упростить: |
| а) ;  |  а) ;  |
|  б) ; |  б)  |

***Линейные уравнения***

***Уравнения***– это равенства, содержащие неизвестные величины.

***Решить уравнение*** – это значит найти все его корни или доказать, что их нет.

***Корнем*** уравнения называется такое число, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.

Уравнения бывают ***линейные, квадратные, кубические*** и т.д., т.е. классификация идет по показателю степени неизвестной величины.

***Линейное уравнение*** *– это уравнение 1 степени*, т.е. уравнение, в котором неизвестное в 1 степени, оно имеет вид:

 $ax+b=0$

**Алгоритм решения линейного уравнения**



1. Упростить каждую часть уравнения.

2. Перенести слагаемые, содержащие переменную в левую часть уравнения, не содержащие переменную – в правую.

 (не забывать о перемене знака слагаемого при переносе из одной части уравнения в другую)

3. Привести подобные, получить уравнение вида **.**

4. Разделить обе части уравнения на число k, если**,**

***Например***

47 - (3х - 9) = 110.

- (3х - 9) = 100 - 47

3х – 9 = 47 – 110

3х – 9 = - 63

 3х = - 63 + 9

 3x = - 54

 х= = - 18.

***Линейные неравенства***

 ***Линейные неравенства*** *с одной переменой – это неравенства вида:*

 *ax ≥ b или ax ≤ b, где х-неизвестная,*

 *а и b –любые действительные числа. 31*

Всякое ***значение переменной***, при котором неравенство обращается в верное числовое неравенство, называется ***решением*** неравенства.

 *Решить неравенство* это значит найти все решения.

**Алгоритм решения линейного неравенства**



1. Упростить каждую часть неравенства.

2. Перенести слагаемые, содержащие переменную в левую часть неравенства, не содержащие переменную – в правую.

 (не забывать о перемене знака слагаемого при переносе из одной части неравенства в другую)

3. Привести подобные, получить неравенство вида . (или )

4. Разделить обе части неравенства на число k, если**, помня,** что, если неравенство умножается или делится на отрицательное число, то знак неравенства меняется на противоположный

***Например***

*2х ≥ 7+3х,*

 *2х - 3х ≥ 7,*

*- х ≥ 7 | · (-1)*

*x ≤ -7*

**Метод интервалов**

***Метод интервалов*** *– универсальный метод решения неравенств. Он может применяться в неравенствах, в которых правая часть равна 0, а левая представлена (или может быть представлена) в виде дроби или произведения, т.е. или Р(х)\*Q(x)≤(≥)0*



***Алгоритм:***

1.Найти нули числителя и знаменателя (или сомножителей), решив уравнения  32

2. Нанести их на числовую ось, отметить их кратность (если (х-2)3 =0, то

 число 2-корень нечётной кратности, если (х-2)6 =0, то число 2-корень чётной кратности).

3. Вычислить знак левой части на каждом из полученных промежутков, начиная со знака + и дальше расставляя с учётом кратности корней:

* если нуль **чётной** кратности, то **не меняя** знака
* если нуль **нечётной** кратности, то **чередуя** знаки.

4. Выбрать промежутки, соответствующие знаку неравенства**: “>” - “ +”**

 **“<” - “ - “.**

5. Записать ответ. ***Например***

#

 + - +

 -5 2

3.Т.к. знак данного неравенства ˃, то выбираю промежутки, на которых знак +:

Ответ: (-∞;-5) и (2;+∞)

 **Квадратные уравнения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название уравнения** | **Общий вид** | **Алгоритм решения** |
| **Квадратное** | ,где  | 1. Упростить каждую часть уравнения, привести к стандартному виду.2. Найти дискриминант: .3. Вычислить корни по формуле: |
| Разложение квадратного трёхчленана множители | , если - корни уравнения |
| **Приведенное квадратное уравнение** | т.е.  | Теорема Виета |  Алгоритм решения полного квадратного уравнения |
|  - корниуравнения |  |
| ***Неполное*** **квадратное****уравнение** | т.е  |  1. Разложить левую часть на множители.2. Приравнять каждый множитель к нулю.3. Решить полученные уравнения. |
|   т.е  |     ,    |  \      |
|   Решений  нет |   |

***Алгоритм решения квадратных неравенств.***

1. *Перенесем все члены неравенства в одну сторону.*
2. *Приведем их к общему неравенству (знаменатель отбрасывать нельзя). Находим корни знаменателя (точки разрыва), раскладываем знаменатель на множители.*
3. *Находим нули (корни) числителя, раскладываем числитель на множители.*

 *4. Рисуем числовую ось и отмечаем на ней: а) точка разрыва “пустыми” (не заштрихованными); б) ноль функции “пустыми” не заштрихованными, если неравенство строгое, и полными черными (заштрихованными) если неравенство нестрогое.*

*5. Определяем знак функции на каждом их полученных интервалов (например, подстановкой в выражении функции какого-либо значения их соответствующего интервала).* 34

*Выбираем для ответа нужные интервалы в соответствии со знаком неравенства на оси (показываем эту часть заштриховкой*).

 Записываем ответ.

***Пример*** $x^{2}-2x-15>0$

*Решение:* $1. x^{2}-2x-15>0$

$2. f\left(x\right)=x^{2}-2x-15, f\left(x\right)>0$

$3. f\left(x\right)=0, x\_{1}=5, x\_{2}=-3 $

$f\left(x\right)=\left(x-5\right)\left(x+3\right)$



 $5. x\in \left(-\infty ; -3\right).f\left(-4\right)=9, f\left(x\right)>0$

 $ x\in \left(-3;5\right), f\left(0\right)=-1,5, f\left(x\right)<0$

 $ x\in \left(5;+\infty \right), f\left(6\right)=9, f\left(x\right)>0$

 $Ответ: x\in \left(-\infty ;-3\right)∪\left(5;+\infty \right)$

***Пример***  $\frac{x-2}{x-3}>0$

*Решение:* $1. \frac{x-2}{x-3}>0$

 $2. f\left(x\right)=\frac{x-2}{x-3}, f\left(x\right)>0, x=3 точка разрыва$

 $ 3. f\left(x\right)=0, x\_{1}=2, x\_{2}=3$

 4. 

 $5. x\in \left(-\infty ;2\right), f\left(0\right)>0, f\left(x\right)>0$

 $ x\in \left(2;3\right), f\left(2,5\right)<0, f\left(x\right)<0$

 $ x\in \left(3;+\infty \right), f\left(4\right)>0, f\left(x\right)>0$

 $6. Ответ: x\in \left(-\infty ;2\right)∪\left(3;+\infty \right)$

 Упражнения для решения 35

|  |  |
| --- | --- |
| Решить уравнения | Решить неравенства |
| 1. Решить линейные уравнения:1) ;2) ;3) ; 4) 21 - (5*х* - 11) = 12 5) (*х* +17) ∙12 = 804 6) 0,3 *х* - 1,5∙( 0,2 *х* + 4) = $\frac{2}{3} $∙ *х* - 8,02 7) 3 - (4 + 3 *х*) – 14 = 0 8) 13 ∙ (4 - *х*) = 26 9) 5∙ (0,4 *х* - 1) - 0,4 *х* = - 21 2. Решить системы уравнений: 1)  2)  3.Решить квадратные уравнения: 1) ;2) ;3)  4) ; 5) ; 6) ; 7) ; 8)  9)  10) Решить систему уравнений:  | 1.Решить линейные неравенства:1) ; 2) ;3) ; 4) ; 5) ;2. Решить системы линейных неравенств: а) ; б);в) 3.Решить неравенства методом интервалов:  1) ; 2) ; 3) ; 4)  5) ;6) ;7) ;8) ;9) ;10) ; 11) . Решить систему нелинейных неравенств: 1) ; |

37