

ТЕМА: Элементы дискретной
математики.

Комбинаторика

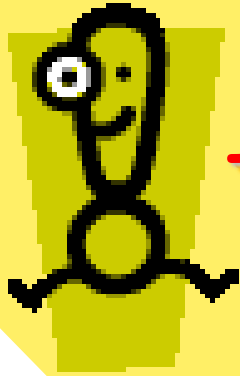


Число, место и комбинация – три взаимно перекрещивающиеся, но отличные сферы мышления, к которым можно отнести все математические идеи.

Д. Сильвестр
(1852 год)

Комбинаторика - это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных элементов

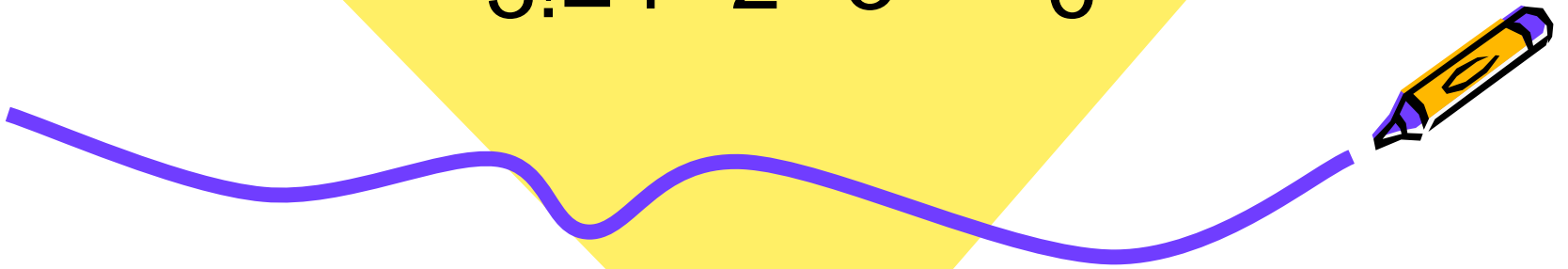




- ЭТО ФАКТОРИАЛ

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$



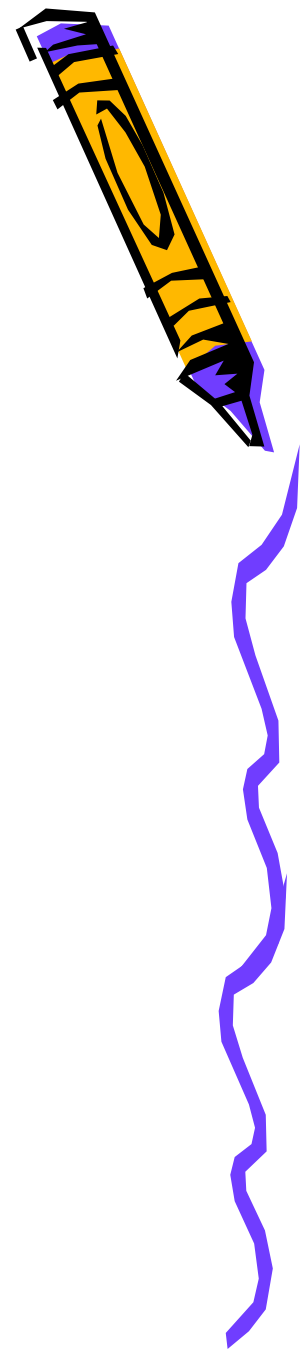
АКСИОМА

$$0! = 1$$

Пример

$$2! + 0! + 0 = 2 + 1 + 0 = 3$$

$$3! - 0! = 5$$



Четные
числа

$$10!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 = 3840$$

Нечетные
числа

$$11!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 = 10395$$

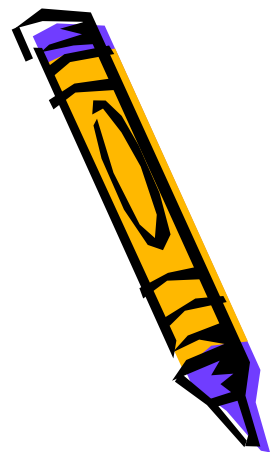
примориал (англ. primorial)

Простые
числа

$$\begin{aligned} 11\# &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = \\ 12\# &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} 11\# \\ 12\# \end{aligned}} \right\} 2310$$



Перестановками из n элементов называются такие соединения, которые отличаются друг от друга порядком расположения элементов.



$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Пример

Сколько существует способов, чтобы разместить 6 пациентов в одной палате?

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 720$$



Размещениями

из n элементов по k в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком их расположения.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$; 0 \leq k \leq n$$

это условие должно выполняться

Пример. 5 медицинских братьев участвуют в конкурсе профессионального мастерства. Сколько существует вариантов распределения трех первых мест?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$



Сочетаниями

из n элементов по m в каждом, называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

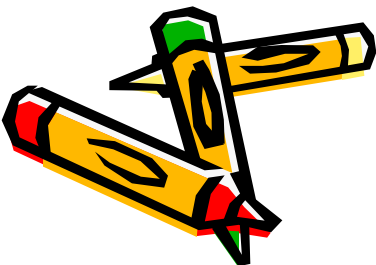
$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

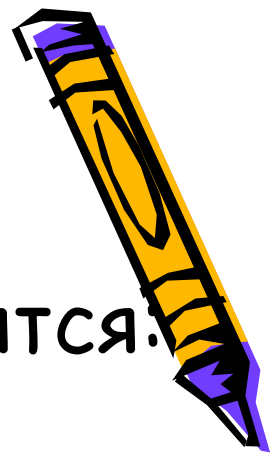
Пример:

На отделении 5 медицинских сестер.
На дежурство должны выйти трое.
Сколько существует вариантов?

т.е. рассчитать число сочетаний из 5 по 3. C_5^3

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$





К задачам типа комбинаторных относятся:

- задачи доставки продуктов питания в магазин;
- задачи подвода электроэнергии к потребителям;
- задачи построения кольцевой линии передач

Методы решения комбинаторных задач по существу сводятся к организации полного перебора вариантов.



Д
М
О
М
а
Е
Н
Е
Е
з
а
д
а
н
и
е

Вычислить:

1) $5! + 6!$

2) $\frac{11!}{9!}$

3) C_{15}^{13}

4) A_{15}^3

5) $C_6^4 + C_5^0$

**Для попустивших
лекцию!**

6) Сколькими способами из 15 студентов можно создать группы по 5 человек?

7) Доказать тождество:

$$\frac{(m+3)!}{m!} = (m+1) \cdot (m+2) \cdot (m+3)$$

